UNIVERSITÄT LEIPZIG
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Quantenmechanik II

Übungsblatt 8

Montag, den 18. Juni 2007, in der Vorlesung

22. **Einfache Variationsprobleme**

Bestimmen Sie mit Hilfe der Variationsmethode obere Schranken für die Grundzustandsenergien des Quantenteilchen,

$$H\psi = -\frac{\hbar^2 \psi''}{2m} + V(x)\psi,$$

in folgenden Potentiale:

$$V_1 = \frac{m\omega^2}{2} x^2,$$
$$V_2 = -g\delta(x).$$

Verwenden Sie in beiden Fällen die Versuchsfunktionen

$$\psi_a(x) = N e^{-ax^2/2},$$
$$\chi_a(x) = \frac{N}{a^2 + x^2}.$$

Normieren Sie diese Funktionen, berechnen Sie die Erwartungswerte von H, bestimmen Sie die besten “a” und die Schranke für die Energien. Für jedes Potential skizzieren Sie die optimalen Versuchsfunktionen und die exakten Grundzustands-Wellenfunktionen.

23. **Neutron im Gravitationsfeld**

Ein Neutron befindet sich im homogenen Gravitationsfeld über einer ideal elastisch reflektierenden Ebebe, d.h. $V = mgz$ mit der Randbedingung $\psi(z)|_{z=0} = 0$. Führen Sie eine dimensionslose Koordinate x ein, so dass die Schrödingergleichung zu

$$E\psi = -\psi'' + x\psi$$

vereinfacht wird. Verwenden Sie die Versuchsfunktion

$$\psi_a = Nxe^{-ax}$$

um die Grundzustandsenergie abzuschätzen. (Eine bessere Abschätzung erhält man für die Versuchsfunktion $Nxe^{-ax^{3/2}}$.) Skizzieren Sie die Versuchsfunktion für den optimalen Wert von "a". Diskutieren Sie die Ergebnisse (z.B. wie hoch gleitet das Neutron über den Spiegel). Lösen Sie das Problem exakt! *(Hinweis: Die Airy-Funktion hat seine erste Nullstelle bei $x = -2.3381$.)*

Bemerkung: Die in der Aufgabe betrachtete Situation wurde in einem Experiment untersucht, siehe: `http://arxiv.org/abs/hep-ph/0306198`

24. **Anregungen mit Licht-pulsen - Störungstheoretisch**
Ein Zwei-Niveau-System werde mit einem elektromagnetischen Wellenpaket bestrahlt:

$$H = \frac{E}{2}\sigma_3 + f(t) \cdot \begin{pmatrix} 0 & \exp(-iEt) \\ \exp(iEt) & 0 \end{pmatrix}$$

wobei

$$f(t) = \frac{\alpha\beta}{1 + \beta^2 t^2}.$$

Nehmen Sie an, dass das System sich bei $t \to -\infty$ im Grundzustand befand, und berechnen Sie im ersten Ordnung der (zeitabhängigen) Störungstheorie die Wahrscheinlichkeit dafür, das System bei $t \to \infty$ im angeregten Zustand zu finden. Vergleichen Sie das Ergebnis mit der exakten Lösung (siehe QM1-Aufgaben 32,34).