**UNIVERSITÄT LEIPZIG**
**INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK**
Quantenmechanik II

Übungsblatt 7
*Montag, den 4. Juni 2007, in der Vorlesung*

20. **Quantenteilchen mit Spin und Drehimpuls**
Die Zustände eines Quantenteilchens mit Spin lassen sich ausdrücken in der Tensor-Produkt-Basis:
$$|\psi\rangle = \sum_{m,s} c_{m,s} |l, m_l\rangle \otimes |s, m_s\rangle$$
wobei $|lm_l\rangle$ die Eigenfunktionen von $L^2$ und $L_z$ (jeweils zu den Eigenwerten $l(l+1)$ und $m_l$), und gleichzeitig Eigenfunktionen von $S^2$ und $S_z$ (zu den Eigenwerten $3/4$ und $m_s$) sind. Drücken Sie die Eigenzustande des Gesamtdrehimpulses $|JM\rangle$ (d.h. Eigenwektoren von $J^2 = (L+S)^2$ und von $J_z = L_z + S_z$ zu den Eigenwerten $J(J+1)$ und $M$) als Überlagerung von Tensorproduktzustände aus. Betrachten Sie die Fälle: $J = l+1/2$ und $J = l-1/2$. Berechnen Sie die ensprechenden Überlagerungen explizit für den Speziallfall $l = 1$.
*Hinweis: Die Aufgabe ist analog zu der Aufgabe 2 aus dem Übungsblatt 1.*
*Zusatzübung: Überzeugen Sie sich, dass $|jm\rangle$ Eigenvektoren von $L \cdot S$ sind.*

21. **Spin-Bahn Kopplung und Wechselwirkung mit einem Magnetfeld für $l = 1$**
Ein Quantenteilchen mit Spin befindet sich in einem Magnetfeld. Der Hamiltonoperator ist gegeben durch
$$H = H_{LS} + H_M = 2\alpha L \cdot S + \beta(L_z + 2S_z),$$
wobei $\alpha, \beta$ Konstanten sind und $\beta$ proportional zur Magnetfeldstärke ist. Berechnen Sie die Matrix-Elemente des Hamiltonoperators $H$ entweder in der Tensor-Produkt-Basis oder in der Gesamtdrehimpuls-Basis $|JM\rangle$. Bestimmen Sie das Spektrum dieses Operators (d.h. die Eigenwerte der Matrix des $H$). Für den Fall $\beta = 0$ und $\beta \to \infty$ (d.h. entweder kein oder ein sehr starkes Magnetfeld) charakterisieren Sie die Entartung der Eigenwerte von $H$ und bestimmen Sie die ensprechenden Eigenvektoren. Für $\beta \ll 1$ berechnen Sie störungstheoretisch die Korrekturen zu den Energien der Eigenzustände von $H_{LS}$; vergleichen Sie diese mit den exakten Ergebnissen für das Spektrum von $H$. Skizzieren Sie das Spektrum von $H$ als Funktion von $\beta$.

*Hinweis: die Ausdrücke und Koeffizienten aus der Aufgabe 20 sind hier hilfreich.*