UNIVERSITÄT LEIPZIG
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Quantenmechanik II

Übungsblatt 1 - "Osterblatt"

(Keine Abgabe - Aufgaben werden nur in der Übungen besprochen)

1. **Einfache fermionische Systeme**
   In einem Potential existieren drei gebundene Zustände, $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$ mit Energien E_0 , E_1 , E_2. Konstruieren Sie die (antisymmetrisierten) Zustände eines zwei-Elektron-Systems in diesem Potential, und finden Sie die Energien dieser Zustände.

2. **Verschränkung von Zuständen**
   Betrachten Sie den Zustand eines zwei-Elektron-Systems,
   $$\psi = \frac{|0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle}{\sqrt{2}}. \tag{1}$$
   Zeigen Sie, dass der Zustand <u>nicht</u> ins Produkt
   $$\psi = (a|0\rangle + b|1\rangle)(c|0\rangle + d|1\rangle) \tag{2}$$
   zerlegt werden kann (a, b, c, d sind beliebige Zahlen, die Zustände $|0\rangle$, $|1\rangle$ sind orthogonal).

3. **Wellenpakete von zwei Elektronen**
   Zei $f(x)$, $g(x)$ zwei beliebige, reelle und positive Wellenfunktionen. Normieren Sie das zwei-Elektron-Wellenpaket
   $$\psi(x, y) = N[f(x)g(y) - f(y)g(x)]. \tag{3}$$
   (D.h. drücken Sie N als eine Funktion des Skalarproduktes (f, g) aus.) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, eines der beiden Elektronen an der Stelle x zu finden:
   $$W(x) = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_{12}(x, y)|^2 \, dy. \tag{4}$$
   Skizzieren Sie $W(x)$ im Fall $f(x) = \exp[-x^2]$, $g(x) = f(x + d)$ für verschiedene Abstände d. Wie sieht ein bosonisches Analogon (symmetriesierte $\psi(x, y)$) aus?