

UNIVERSITÄT LEIPZIG
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Quantenmechanik I

Übungsblatt 5
(Abgabe: 13.11.2006)

14. Teilchen im Potentialtopf - mittlere Position

Betrachten Sie die ersten zwei Bindungszustände eines Teilches im unendlichen Potentialtopf der Breite $2a$:

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{a}} \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right)$$

$$\psi_2 = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

sowie die Superposition

$$\psi_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_1 + \exp(i\alpha)\psi_2].$$

Berechnen Sie die Erwartungswerte des Orts-Operators (x) in allen diesen Zuständen. Skizzieren sie die Wahrscheinlichkeitsdichte der Superposition, $|\psi_\alpha(x)|^2$, für den Fall des höchsten Erwartungswerts des Orts-Operators.

15. Teilchen im Potentialtopf - andere Observablen

Betrachten Sie wieder die Zustände $\psi_1, \psi_2, \psi_\alpha$: berechnen Sie die Erwartungswerte von x^2 (die Schwankung) und ermitteln Sie den Wert des quantenmechanischen Stroms

$$J(x) = -\frac{i\hbar}{2m}[\bar{\psi}\psi' - \bar{\psi}'\psi]$$

im Ursprung ($x = 0$). Berechnen Sie ausserdem den Erwartungswert von p^2 (p : Impulsoperator) im Zustand ψ_1 und zeigen Sie, dass die Orts-Impuls-Unschärferelation erfüllt ist.

Nehmen Sie nun an, dass der Winkel α Zeit-abhängig ist, $\alpha = E_{12} \cdot t/\hbar$. Für welche Energieunterschiede E_{12} ist die Frequenz der Oszillationen des Erwartungswerts des Orts-Operators größer als 1 Hz. Wo befindet sich das Teilchen, wenn der Strom $J(0)$ maximal wird?

16. Permanente Dipolmomente

Eine Dipolmomentobservable in der Quantenmechanik ist gegeben durch $D = e \cdot x$, wobei e die Ladung des Teilchens beschreibt und x der Orts-Operator ist. Zeigen Sie, dass die Bindungszustände ψ_n eines symmetrischen Potentials, $V(x) = V(-x)$, keinen mittleren Dipolmoment besitzen, d.h.

$$(\psi_n, D\psi_n) = 0.$$