UNIVERSITÄT LEIPZIG
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Quantenmechanik I

Übungsblatt 4

(Abgabe: 6.11.2006)

11. **Symmetrische Potentiale**

    Beweisen Sie, dass die diskreten Eigenwerte im ein-dimensionalen Fall nicht entartet sind (d.h. es existiert nur eine Wellenfunktion für ein gegebenen Wert der Energie). Schließen Sie daraus, dass die Wellenfunktionen eines symmetrischen Potentials, $V(x) = V(-x)$, immer gerade $\psi(x) = \psi(-x)$ oder ungerade $\psi(x) = -\psi(-x)$ sind.

    Hinweis: Betrachten Sie, falls nötig, nur den Fall eines Teilchens auf einem endlichen Intervall, oder den Fall der Potentiale, die außerhalb eines Intervales konstant sind.

12. **Existenz der gebundenen Zustände**

    Sei ψ_0 die Wellenfunktion eines Zustands zur niedrigsten Energie $E_0 < 0$. Zeigen Sie, dass alle andere normierten Funktionen f (d.h. $||f||^2 = (f, f) = 1$) die Ungleichung

    $$(f, Hf) \geq E_0$$

    erfüllen. Benutzen Sie diese Tatsache um zu beweisen, dass jedes anziehende Potenzial, $V(x) < 0$, das im Unendlichen verschwindet, immer zumindest einen Bindungzustand besitzt.

    Hinweis: Benutzen Sie, falls nötig, die normierten Gaußschen Testfunktionen

    $$f_a(x) = a^{-1/2}\pi^{-1/4} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right),$$

    und versuchen Sie das Potenzial durch ein Kastenpotenzial abzuschätzen.

13. **Modell eines Moleküls**

Sei ein Elektron in einem von zwei Atomen erzeugten Potenzial gebunden. Die Wechselwirkung des Elektrons mit den Atomen wird durch das Deltafunktion-Potenzial beschrieben:

$$V(x) = -g\delta(x+R) - g\delta(x-R)$$

Für welche Werte von g besitzt das Elektron zwei Bindungszustände? Wie ändert sich deren Energie mit der Variation des Abstands R?