UNIVERSITÄT LEIPZIG
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Quantenmechanik I

Übungsblatt 12
(Abgabe: 15.1.2007)

33. **Teilchen im Potentialtopf mit Störung**
Betrachten Sie ein Teilchen im unendlichen Potentialtopf ($x \in [-a, a]$, Dirichlet-Randbedingungen), mit dem Hamiltonoperator

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x)$$

wobei $V(x)$ eine Störung besrchreibt, und $p^2/2m$ als H_0 betrachtet werden soll. Verwenden Sie die Eigenfunktionen des ungestörten Hamiltonoperators um die Matrixelemente des Störungsoperators im Wechselwirkungsbild,

$$V_I = \exp(iH_0 t)\, V \exp(-iH_0 t)$$

(formal) zu berechnen. Zeigen Sie, dass es allgemein unendlich viele nicht-verschwindende Matrixelemente gibt. Berechnen Sie die Matrixelemente für $V(x) = \delta(x)$ explizit.

34. **Anregungen mit Licht-pulsen**
Ein Zwei-Niveau-System werde mit einem elektromagnetischen Wellenpaket bestrahlt:

$$H = \frac{E}{2}\sigma_3 + f(t) \cdot \begin{pmatrix} 0 & \exp(-iEt) \\ \exp(iEt) & 0 \end{pmatrix}$$

wobei $f(t)$ explizit von der Zeit abhängt. Gehen Sie zum Wechselwirkungsbild über, setzen Sie

$$\psi_I = a(t) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b(t) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

und finden Sie, aus der Schrödingergleichung

$$i\frac{d\psi_I}{dt} = V_I(t)\psi_I,$$

die Differentialgleichung für $a(t)$. Lösen Sie diese formal für eine beliebige Funktion $f(t)$.

35. **Verschiedene Varianten des Anregungsverfahren**

- Betrachten Sie insbesondere die Funktion aus der Aufgabe 34,

$$f(t) = \tanh(\alpha t)$$

wobei α eine reele Konstante ist. Finden Sie explizit die Funktionen $a(t)$ und $b(t)$. Es gibt zwei unabhänhihe Lösungen $\psi_I(t)$; bestimmen Sie die Linearkombination dieser Lösungen, $\psi_A(t)$, die mit dem Vektor

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

zur Zeit $t = t_0$ übereinstimmt.

- Wählen Sie jetzt

$$f(t) = \text{const} = \tanh(\alpha t_0)$$

und wiederholen Sie die Rechnung. So finden Sie die Linearkombination, $\psi_B(t)$, die auch mit dem Vektor

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

zur Zeit $t = t_0$ übereinstimmt.

- Vergleichen Sie die Zustände $\psi_A(t)$ und $\psi_B(t)$, d.h. untersuchen Sie die Abhängigkeit des Skalarprodukts

$$\Big(\psi_A(t), \psi_B(t)\Big)$$

von der Zeit t, und der Wahl der Parameter α, t_0.