Diplomarbeit

Andreas Kreisel
Institut für Theoretische Physik
Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main

Spin-Wellen-Wechselwirkungen in Quanten-Anti-Ferromagneten

Inhaltsverzeichnis

0 Einleitung **4**

1 Austauschwechselwirkung und Heisenberg-Modell **6**
1.1 Spinalgebra . . . 6
1.2 Magnetische Dipol-Dipol Wechselwirkungen . . . 6
1.3 Austauschwechselwirkung . . . 8
1.3.1 Direkter Austausch . . . 8
1.3.2 Indirekter Austausch . . . 11
1.4 Magnetismus lokalisierter Elektronen und Hundsche Regeln . . . 12
1.5 Symmetrien des Heisenberg Modells . . . 13

2 Grundzustände und elementare Anregungen von Heisenberg-Magneten **15**
2.1 Klassische Betrachtungen . . . 15
2.1.1 Klassischer Grundzustand . . . 15
2.2 Quantenmechanische Grundzustände . . . 17
2.2.1 Ferromagnet . . . 17
2.2.2 Antiferromagnet . . . 17
2.3 Angeregte Zustände: Spinwellen . . . 18
2.4 Thermodynamik, Messgrößen . . . 20
2.4.1 Magnetisierung . . . 20
2.4.2 Untergittermagnetisierung . . . 21
2.5 Wärmekapazität . . . 22
2.6 Neutronenstreuung . . . 22
2.6.1 Elastische Streuung . . . 23
2.6.2 Inelastische Streuung . . . 24

3 Quantenmechanische Beschreibungen der Spinwellen **27**
3.1 Spindarstellungen . . . 27
3.1.1 Holstein-Primakoff-Transformation . . . 29
3.1.2 Dyson-Maleev-Transformation . . . 29
3.1.3 Schwinger-Bosonen . . . 30
3.2 Quanten Nichtlineares σ-Modell . . . 31

4 Modellsysteme **33**
4.1 Heisenberg Quantenantiferromagnet mit Anisotropie . . . 33
4.1.1 Vorbereitungen: Definition eines sphärischen Koordinatensystems . . . 33
4.1.2 Bosonisierung . . . 35
4.1.3 Fourier-Transformation . . . 35
4.1.4 Diagonalisierung: Bogoliubov-Transformation . . . 37
4.2 Heisenberg QAF im Magnetfeld . . . 39
4.2.1 Darstellung in gekippter Basis . . . 39
4.2.2 Entwicklung um den ferromagnetischen Grundzustand für starkes Magnetfeld . . . 42

5 Renormierung der Anregungslücke beim QAF mit Anisotropie **45**
5.1 Motivation . . . 45
5.2 Hermitesche Parametrisierung . . . 46
5.2.1 Interpretation der Operatoren . . . 50
5.2.2 Vorteile der hermiteschen Parametrisierung . . . 50
5.3 Freie Green-Funktion $T = 0$ . . . 51
5.4 Hartree-Fock-Näherung . . . 52
5.4.1 Renormierungsfaktoren . . . 53
5.4.2 Vergleich der Ergebnisse . . . 56
5.5 Matsubara-Methode . . . 57

5.6 Zusammenfassung 60

6 Anomale longitudinale Fluktuationen im wechselwirkenden Bose-Gas bei BEC von Magnonen 61
6.1 Überblick 61
6.2 Motivation 61
6.3 Heisenberg-Quantenantiferromagnet im Magnetfeld 62
6.4 Spontane Symmetriebrechung 64
6.5 Reelle Parametrisierung 66
6.5.1 Physikalische Interpretation der Parametrisierung 67
6.6 Pfadintegralformulierung der Korrelationsfunktionen 67
6.7 Gaußsche Wirkung des Modells 69
6.8 Volle Korrelationsfunktionen 70
6.8.1 Effektive Gaußsche Wirkung 72
6.9 Dynamischer Strukturfaktor 73
6.9.1 Quasiteilchenzerfall 75
6.9.2 Verallgemeinertes Ginzburg-Kriterium 77
6.9.3 Spektrales Gewicht des kontinuierlichen Anteils 79
6.10 Zusammenfassung 81

7 Erweiterung des Modells, Korrekturen 82
7.1 Entwicklung in der Bosonendichte für beliebigen Gesamtspin S 82
7.1.1 Diskrete Formulierung 83
7.1.2 Korrekturen durch Mean-Field Ansatz 85
7.1.3 Numerische Auswertung 92
7.1.4 Berechnung bei konstanter Dichte 93
7.2 Interpretation der Ergebnisse 94
7.3 Zusammenfassung 95

A Verallgemeinerung der Bosonisierung für Spinoperatoren zum Gesamtspin $S \geq \frac{1}{2}$ 96

B Strukturkonstanten bei Festkörpern 97

C Bogoliubov-Transformation 98

D Transformation des quartischen Hamiltonian 100

E Berechnung von Integralen im Impulsraum 103

F Pfadintegral im Phasenraum 104

G Funktionalintegralformulierung, Ward-Identitäten des wechselwirkenden Bose-Gases 106
G.1 Funktionalintegraldarstellung eines Systems wechselwirkender Bosonen 107
G.1.1 Entkopplung: Hubbard-Stratonovitch-Transformation 107
G.2 Erzeugende Funktionale 107
G.2.1 Erzeugendes Funktional der Green-Funktionen (Korrelationsfunktionen) 107
G.2.2 Erzeugendes Funktional der zusammenhängenden Green-Funktionen 108
G.2.3 Erzeugendes Funktional der irreduziblen Vertizes 108
G.3 Dyson-Schwinger Bewegungsgleichungen 109
G.4 Invarianz der Korrelationsfunktion unter $U(1)$-Transformation 111
G.4.1 Äquivalente Formulierung ohne Hubbard-Stratonovitch Feld 112
G.4.2 Formulierung mittels hermiteschen Feldern 114