

Diplomarbeit

Andreas Kreisel
Institut für Theoretische Physik
Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main

Spin-Wellen-Wechselwirkungen in
Quanten-Anti-Ferromagneten

Inhaltsverzeichnis

0	Einleitung	4
1	Austauschwechselwirkung und Heisenberg-Modell	6
1.1	Spinalgebra	6
1.2	Magnetische Dipol-Dipol Wechselwirkungen	6
1.3	Austauschwechselwirkung	8
1.3.1	Direkter Austausch	8
1.3.2	Indirekter Austausch	11
1.4	Magnetismus lokalisierter Elektronen und Hundsche Regeln	12
1.5	Symmetrien des Heisenberg Modells	13
2	Grundzustände und elementare Anregungen von Heisenberg-Magneten	15
2.1	Klassische Betrachtungen	15
2.1.1	Klassischer Grundzustand	15
2.2	Quantenmechanische Grundzustände	17
2.2.1	Ferromagnet	17
2.2.2	Antiferromagnet	17
2.3	Angeregte Zustände: Spinwellen	18
2.4	Thermodynamik, Messgrößen	20
2.4.1	Magnetisierung	20
2.4.2	Untergittermagnetisierung	21
2.5	Wärmekapazität	22
2.6	Neutronenstreuung	22
2.6.1	Elastische Streuung	23
2.6.2	Inelastische Streuung	24
3	Quantenmechanische Beschreibungen der Spinwellen	27
3.1	Spindarstellungen	27
3.1.1	Holstein-Primakoff-Transformation	29
3.1.2	Dyson-Maleev-Transformation	29
3.1.3	Schwinger-Bosonen	30
3.2	Quanten Nichtlineares σ -Modell	31
4	Modellsysteme	33
4.1	Heisenberg Quantenantiferromagnet mit Anisotropie	33
4.1.1	Vorbereitungen: Definition eines sphärischen Koordinatensystems	33
4.1.2	Bosonisierung	35
4.1.3	Fourier-Transformation	35
4.1.4	Diagonalisierung: Bogoliubov-Transformation	37
4.2	Heisenberg QAF im Magnetfeld	39
4.2.1	Darstellung in gekippter Basis	39
4.2.2	Entwicklung um den ferromagnetischen Grundzustand für starkes Magnetfeld	42
5	Renormierung der Anregungslücke beim QAF mit Anisotropie	45
5.1	Motivation	45
5.2	Hermitesche Parametrisierung	46
5.2.1	Interpretation der Operatoren	50
5.2.2	Vorteile der hermiteschen Parametrisierung	50
5.3	Freie Green-Funktion $T = 0$	51
5.4	Hartree-Fock-Näherung	52
5.4.1	Renormierungsfaktoren	53
5.4.2	Vergleich der Ergebnisse	56
5.5	Matsubara-Methode	57

5.6	Zusammenfassung	60
6	Anomale longitudinale Fluktuationen im wechselwirkenden Bose-Gas bei BEC von Magnonen	61
6.1	Überblick	61
6.2	Motivation	61
6.3	Heisenberg-Quantenantiferromagnet im Magnetfeld	62
6.4	Spontane Symmetriebrechung	64
6.5	Reelle Parametrisierung	66
6.5.1	Physikalische Interpretation der Parametrisierung	67
6.6	Pfadintegralformulierung der Korrelationsfunktionen	67
6.7	Gaußsche Wirkung des Modells	69
6.8	Volle Korrelationsfunktionen	70
6.8.1	Effektive Gaußsche Wirkung	72
6.9	Dynamischer Strukturfaktor	73
6.9.1	Quasiteilchenzerfall	75
6.9.2	Verallgemeinertes Ginzburg-Kriterium	77
6.9.3	Spektrales Gewicht des kontinuierlichen Anteils	79
6.10	Zusammenfassung	81
7	Erweiterung des Modells, Korrekturen	82
7.1	Entwicklung in der Bosonendichte für beliebiges Gesamtspin S	82
7.1.1	Diskrete Formulierung	83
7.1.2	Korrekturen durch Mean-Field Ansatz	85
7.1.3	Numerische Auswertung	92
7.1.4	Berechnung bei konstanter Dichte	93
7.2	Interpretation der Ergebnisse	94
7.3	Zusammenfassung	95
A	Verallgemeinerung der Bosonisierung für Spinoperatoren zum Gesamtspin $S \geq \frac{1}{2}$	96
B	Strukturkonstanten bei Festkörpern	97
C	Bogoliubov-Transformation	98
D	Transformation des quartischen Hamiltonian	100
E	Berechnung von Integralen im Impulsraum	103
F	Pfadintegral im Phasenraum	104
G	Funktionalintegralformulierung, Ward-Identitäten des wechselwirkenden Bose-Gases	106
G.1	Funktionalintegraldarstellung eines Systems wechselwirkender Bosonen	107
G.1.1	Entkopplung: Hubbard-Stratonovitch-Transformation	107
G.2	Erzeugende Funktionale	107
G.2.1	Erzeugendes Funktional der Green-Funktionen (Korrelationsfunktionen)	107
G.2.2	Erzeugendes Funktional der zusammenhängenden Green-Funktionen	108
G.2.3	Erzeugendes Funktional der irreduziblen Vertizes	108
G.3	Dyson-Schwinger Bewegungsgleichungen	109
G.4	Invarianz der Korrelationsfunktion unter $U(1)$ -Transformation	111
G.4.1	Äquivalente Formulierung ohne Hubbard-Stratonovitch Feld	112
G.4.2	Formulierung mittels hermiteschen Feldern	114