Prof. Dr. K. Kroy SS 2012

Theoretische Physik IV Lehramt
8. Übungsblatt

Abgabetermin: Donnerstag, 14. Juni 2012, **vor** der Vorlesung

17. **Kugelvolumen und Kugeloberfläche im d-dimensionalen Raum**

(4 Punkte)

Eine d-dimensionale Kugel mit Radius r ist definiert durch

$$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_d^2 = r^2,$$

wobei x_i, $i = 1, \ldots, d$, kartesische Koordinaten bezeichnen.

a) Berechnen Sie das Volumen und die Oberfläche dieser Kugel.

b) Bestimmen Sie die Schichtdicke Δr, für die das Volumen der Kugelschale gleich dem Volumen der (inneren) Kugel ist. Betrachten Sie speziell den Grenzfall $d \to \infty$.

Hinweis: Betrachten Sie das Integral

$$I_d = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \ldots \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 \ldots dx_d \, e^{-(x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_d^2)}.$$

18. **Mischungsentropie und Gibbs-Paradoxon** **(3+2 Punkte)**

Zwei ideale einatomige Gase seien in zwei Kammern (Volumina V_1 und V_2, Teilchenzahlen N_1 und N_2) eines Behälters zunächst durch eine *wärmeundurchlässige* Wand voneinander getrennt. Die Temperaturen der Gase seien T_1 und T_2, die Drücke $p_1 = p_2 = p$ jedoch gleich. Nach Entfernen der Trennwand findet eine Durchmischung der Gase statt.

a) Bestimmen Sie die Mischungstemperatur T_m.

b) Berechnen Sie die Entropieänderung des Gesamtsystems als Funktion der Volumina und Temperaturen. *Hinweis:* Die Durchmischung ist ein irreversibler Prozess. Überlegen Sie sich daher einen geeigneten reversiblen Ersatzprozess.

c*) Spezialisieren Sie das Ergebnis aus b) nun auf den Fall, dass die anfänglichen Temperaturen der Teilsysteme gleich waren ($T_1 = T_2$). Die verbleibende Entropieänderung heißt Mischentropie. Argumentieren Sie, dass das Ergebnis thermodynamisch inkonsistent ist, wenn beide Teilvolumina anfänglich mit dem gleichen Gas gefüllt waren, da es eine präparationsabhängige Entropie des Endzustandes impliziert. Bestimmen Sie die richtigen Werte für die Entropie des Endzustandes und die Mischentropie in diesem Fall.

gesamt: 7+2 Punkte