Prof. Dr. K. Kroy SS 2012

Theoretische Physik IV Lehramt
7. Übungsblatt

Abgabetermin: Donnerstag, 7. Juni 2012, **vor** der Vorlesung

15. **Stirling-Formel** **(5 Punkte)**

Die Eulersche Gamma-Funktion ist definiert als

$$\Gamma(n) \equiv \int_0^\infty \mathrm{d}t \, e^{-t} \, t^{n-1}.$$

a) Zeigen Sie:

$$n! \approx \sqrt{n} \, e^{1-n} \, n^n.$$

Hinweis: Schreiben Sie $\ln(n!)$ als Summe und verwenden Sie die Trapezregel, um die Summe durch ein Integral abzuschätzen.

b) Zeigen Sie: $\Gamma(n+1) = n\,\Gamma(n)$ und $\Gamma(1) = 1$ (daraus folgt direkt $\Gamma(n+1) = n!$).

c) Für Funktionen $\exp[f(t)]$ mit einem ausgeprägten Maximum bei $t = t_{\mathrm{max}}$ bietet sich folgende Näherungsmethode an (*Sattelpunktsmethode*):

$$\int_a^b \mathrm{d}t \, \exp[f(t)] \approx \exp[f(t_{\mathrm{max}})] \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t \, \exp[(1/2) f''(t_{\mathrm{max}})(t - t_{\mathrm{max}})^2],$$

was durch explizite Integration überprüft werden kann. Wenden Sie dies auf $\Gamma(n+1)$ an, um eine Abschätzung für $n!$ zu erhalten. Bemerkung: Die bekannte *Stirlingsche Formel* $\ln n! \approx n \ln n - n$ ergibt sich aus dem Vorfaktor $\exp[f(t_{\mathrm{max}})]$.

16. **Phasendiagramm** **(2 Punkte)**

Nahe dem Tripelpunkt im p–T Diagramm hat die Sublimationskurve in der Regel einen steileren Anstieg als die Verdampfungskurve. Geben Sie eine thermodynamische Erklärung hierfür.

gesamt: 7 Punkte