Universität Leipzig
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. K. Kroy

SS 2011

Theoretische Physik IV
Quantenmechanik 2 / Thermodynamik und Statistik 2

---

8. Übungsblatt

Aufgabe 15: *Leiteroperatoren im Heisenberg-Bild* **(3 Punkte)**

Der Hamiltonoperator des harmonischen Oszillators sei $H = \hbar\omega(a^\dagger a + \frac{1}{2})$. Im Heisenberg-Bild sind die Leiteroperatoren durch

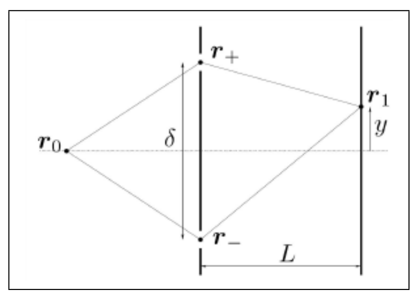
$$a^\dagger(t) = e^{iHt/\hbar}\, a^\dagger\, e^{-iHt/\hbar} \qquad \text{und} \qquad a(t) = e^{iHt/\hbar}\, a\, e^{-iHt/\hbar}$$

definiert. Zeigen Sie, dass $a^\dagger(t)$ und $a(t)$ den Bewegungsgleichungen $\partial_t a^\dagger(t) = i\omega a^\dagger(t)$ und $\partial_t a(t) = -i\omega a(t)$ mit den Lösungen $a^\dagger(t) = a^\dagger\, e^{i\omega t}$ und $a(t) = a\, e^{-i\omega t}$ gehorchen.

Hinweis: Beachten Sie, dass es sich um Differentialgleichungen für Operatoren handelt.

Aufgabe 16: *Doppelspalt-Experiment à la Feynman* **(3 Punkte)**

Ein Elektron werde an einem Doppelspalt mit nebenstehender Geometrie gestreut. Mit Hilfe des Pfadintegrals soll die Wahrscheinlichkeit $|\psi(y)|^2$ berechnet werden, dass das Teilchen in der Höhe y auf dem Schirm ankommt. Dabei seien die Quelle bei $\mathbf{r}_0$ und der Schirm weit von dem Doppelspalt entfernt, so dass die Flugzeiten zwischen Spalt und Schirm für alle Wege als gleich angenommen werden können.



Berechnen Sie dafür zunächst die Amplitude $\psi(y) = \langle \mathbf{r}_1 |\, \hat{U}(t,0)\, | \mathbf{r}_0 \rangle$ mit Hilfe des Pfadintegrals (bis auf eine Proportionalitätskonstante):

$$\langle \mathbf{r}_1 |\, \hat{U}(t,0)\, | \mathbf{r}_0 \rangle \propto \sum_{\Gamma \in \{\text{Pfade von } \mathbf{r}_0 \text{ nach } \mathbf{r}_1\}} \exp(\tfrac{i}{\hbar} S_\Gamma).$$

S_Γ ist die (klassische) Wirkung entlang des Pfades Γ. Benutzen Sie für die geraden Wegabschnitte die Wirkung eines freien Teilchens $S_{\mathbf{r}'}(\mathbf{r}, t) = m(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2/2t$.

gesamt: 6 Punkte

Abgabe: bis **03.06., 10:30 Uhr,** Briefkasten, Linnéstraße 5