Universität Leipzig
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. K. Kroy

SS 2011

Theoretische Physik IV
Quantenmechanik 2 / Thermodynamik und Statistik 2

---

6. Übungsblatt

Aufgabe 11: *Ideales Gas großkanonisch* **(4 Punkte)**

Die Hamiltonfunktion eines idealen Gases in einem externen Feld sei gegeben durch:

$$H = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + u(\mathbf{r}_i) \right],$$

wobei das Gas im Volumen V eingeschlossen ist und $u(\mathbf{r_i})$ die Wechselwirkung des $i$ten Teilchen mit dem äußeren Feld beschreibt.

a) Zeigen Sie, dass die großkanonische Zustandssumme in die Form

$$Z_G(V, T, z) = e^{zq(V,T)}$$

gebracht werden kann, wobei

$$q(V, T) = \frac{(2\pi m k_B T)^{3/2}}{h^3} \int_V \exp[-u(\mathbf{r})/(k_B T)]\, \mathrm{d}\mathbf{r}$$

ist. Bestimmen Sie die thermische Zustandsgleichung $p = p(T, V, \langle N \rangle)$.

b) Zeigen Sie, dass die Varianz der Teilchenzahl (mittlere quadratische Abweichung vom Erwartungswert) in folgender Form ausgedrückt werden kann:

$$\sigma_N^2 \equiv \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2 = z \frac{\partial}{\partial z} z \frac{\partial}{\partial z} \ln Z_G(V, T, z).$$

und berechnen Sie, wie die relative Fluktuationsbreite $\sigma_N / \langle N \rangle$ von $\langle N \rangle$ abhängt.

Aufgabe 12: *Quantenstatistik des harmonischen Oszillators* **(3 Punkte)**

Der Hamiltonoperator des eindimensionalen harmonischen Oszillators ist $\hat{H} = \hat{p}^2/(2m) + m\omega^2 \hat{x}^2/2$.

a) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme und geben Sie die Dichtematrix in Energie-Eigendarstellung an. Beweisen Sie, dass die Dichtematrix in Ortsdarstellung nicht diagonal sein kann.

b*) Berechnen Sie die Dichtematrix in Ortsdarstellung. **(2 Zusatzpunkte)**

gesamt: 7 + 2 Punkte

Abgabe: bis **19.05., 13 Uhr,** Briefkasten, Linnéstraße 5
Die mit * gekennzeichneten Aufgaben sind Zusatzaufgaben und gehen nicht in die reguläre Wertung ein.