Universität Leipzig SS 2011
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. K. Kroy

Theoretische Physik IV
Quantenmechanik 2 / Thermodynamik und Statistik 2

---

4. Übungsblatt

Aufgabe 7: *Liouville–Gleichung* **(2 Punkte)**

Leiten Sie die Liouville-Gleichung ab, indem Sie die Phasenraumdichte

$$\rho\left(\{\mathbf{q}_i\},\{\mathbf{p}_i\},t\right)=\prod_{i=1}^{N}\delta\left(\mathbf{q}_i-\mathbf{q}_i(t)\right)\delta\left(\mathbf{p}_i-\mathbf{p}_i(t)\right)$$

eines N-Teilchensystems nach der Zeit differenzieren. Formulieren Sie diese als Kontinuitätsgleichung für die Phasenraumdichte.

Aufgabe 8: *1-dimensionales Ising-Modell* **(3 Punkte)**

Die Hamiltonfunktion des eindimensionalen Ising-Modells für N Spins ($s_i=\pm 1$, $i=1,\ldots,N$) mit freien Randbedingungen lautet

$$H=-\sum_{i=1}^{N-1}J_i s_i s_{i+1},$$

wobei J_i die Wechselwirkung zwischen benachbarten Spins i und $(i+1)$ beschreibt.

a) Berechnen Sie die Zustandssumme

$$Z_N=\sum_{\{\mathbf{s}\}}e^{-H(\{\mathbf{s}\})/(k_B T)},$$

indem Sie eine Rekursionrelation zwischen Z_N und Z_{N+1} ableiten. Geben Sie Z_N für den üblichen Spezialfall $J_i\equiv J\;\forall i$ an.

b) Berechnen Sie die Spinkorrelationsfunktion $\langle s_i s_{i+j}\rangle$ und spezialisieren Sie das Ergebnis wieder auf $J_i\equiv J\;\forall i$.

c*) Zeigen Sie, dass die spontane Magnetisierung $M_s=\langle s\rangle$ für das unendlich große System nur zwei Werte annehmen kann:

$$M_s(T)=\begin{cases}0 & \text{für } T>0,\\ 1 & \text{für } T=0.\end{cases}$$

Nutzen Sie aus, dass $\langle s_i s_{i+j}\rangle \overset{j\to\infty}{\longrightarrow} \langle s\rangle^2$ ist. **(1 Zusatzpunkt)**

gesamt: 5 + 1 Punkte

Abgabe: am **05.05.** vor der Vorlesung
Die mit * gekennzeichneten Aufgaben sind Zusatzaufgaben und gehen nicht in die reguläre Wertung ein.