

Statistische Physik I

10. Übungsblatt

Abgabetermin: Donnerstag, 16. Juni 2011, **vor** der Vorlesung

28. Maxwell-Boltzmann-Verteilung (4 Punkte)

Die Geschwindigkeitsverteilung für ein freies Teilchen der Masse m ist durch die Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$f(\mathbf{v}) = \frac{1}{(2\pi k_B T/m)^{3/2}} \exp[-m\mathbf{v}^2/(2k_B T)]$$

gegeben, wobei $\mathbf{v}$ der Geschwindigkeitsvektor in drei Dimensionen ist.

- a[†]) Die Energie eines freien Teilchens ist $\varepsilon = mv^2/2$. Schreiben Sie die Geschwindigkeitsverteilung $f(\mathbf{v})$ in die Energieverteilung $\omega(\varepsilon)$ um. Wie verhält sich die Zustandsdichte in Abhängigkeit von ε ?
Hinweis: Nutzen Sie aus, dass $f(\mathbf{v})d^3v = \omega(\varepsilon)d\varepsilon$ sein muss.
- b[†]) Berechnen Sie mit Hilfe der Energieverteilung $\omega(\varepsilon)$ den Erwartungswert der Einteilchenenergie $\langle \varepsilon \rangle$ und die Varianz $\sigma_\varepsilon^2 = \langle \varepsilon^2 \rangle - \langle \varepsilon \rangle^2$.
- c) Die Energie eines Systems von N nichtwechselwirkenden Teilchen ist $E = \sum_{n=1}^N \varepsilon_n$. Berechnen Sie $\langle E \rangle$ und $\sigma_E^2/(k_B T^2)$. Ordnen Sie diese statistischen Größen thermodynamischen Variablen zu. Machen Sie sich in diesem Zusammenhang die Bedeutung von *Mittelwerten* und *Fluktuationen* klar!

29. Entropie des idealen Gases

(5 Punkte)

- a[†]) Betrachten Sie die mit der Einteilchendichte und die mit der N -Teilchendichte gebildete Boltzmann Entropie wie in der Vorlesung eingeführt. Zeigen Sie, dass beide sich für ein kräftefreies ideales Gas im Gleichgewicht auf das aus der Thermodynamik bekannte Ergebnis reduzieren. Achten Sie auf korrekte Wahl des Integrationsmaßes, und nutzen Sie aus, dass $N \gg 1$ ist.
- b[†]) Beseitigen Sie den “Schönheitsfehler” des dimensionsbehafteten Arguments des Logarithmus durch Einfügen der Planckschen Konstante h . (Sie erhalten dann die sogenannte Sackur-Tetrode Gleichung, den Hochtemperatur-Grenzfall der Entropie eines Quantengases.) Wie sind die N -Teilchendichte und das Integrationsmaß zu modifizieren, damit sich diese Reparatur erübrigt?
- c) Zeigen Sie mithilfe von b), dass die Fugazität z eines klassischen idealen Gases der Dichte n die Form $z = n\lambda^3$ hat, und stellen Sie den Zusammenhang von λ mit der de Broglie Wellenlänge her. Interpretieren Sie die Bedeutung der Fugazität des idealen Gases für den dritten Hauptsatz und die Gültigkeit der Sackur-Tetrode Gleichung.

gesamt: 9 Punkte