

Theoretische Mechanik
Klausur zur Modul-Prüfung
am 10. 02. 2015

1.

a) Geben Sie die Lagrange-Funktion an für ein abgeschlossenes System aus zwei Teilchen der Massen m_1 und m_2 mit Newtonscher Gravitationswechselwirkung, wie es zum Beispiel zur Beschreibung eines Doppelstern-Systems gebraucht wird.

b) Formulieren Sie die Reduktion auf ein Einteilchen-System durch Transformation auf Schwerpunkts- und Relativkoordinaten. Geben Sie die Lagrange-Funktion der Relativbewegung an. Durch welche Erhaltungsgrößen wird die Relativbewegung bestimmt ?

c) Betrachten Sie den Fall finiter Relativbewegung. Geben Sie die Bahnkurve an, wenn Energie und Drehimpuls der Relativbewegung gegeben sind.

d) Geben Sie die Bahnkurven der beiden Teilchen an, ausgehend von der Bahnkurve der Relativbewegung.

10 Punkte

2.

Ein Teilchen gleitet reibungslos auf einer Oberfläche im Schwerfeld, die gegeben ist durch

$$z - f(x) = 0.$$

Die z -Achse ist vertikal und die x - und y - Achsen sind horizontal gerichtet.

a) Geben Sie die Bewegungsgleichungen mit Zwangskräften an.

b) x, y können als verallgemeinerte Koordinaten dienen. Formulieren Sie damit die Lagrange-Funktion und daraus die Bewegungsgleichungen.

c) Geben Sie zwei unabhängige Erhaltungsgrößen an und nutzen Sie diese, um die Lösung für die Bewegung implizit anzugeben.

10 Punkte

3.

Betrachten Sie die Bewegung eines Teilchens im Potential $U(r)$ in einem Bezugssystem, das mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\Omega}$ um den Koordinatenursprung rotiert.

a) Leiten Sie die Lagrange-Funktion ab. Wie wirkt sich die Wahl des rotierenden Bezugssystems in der Lagrange-Funktion und im Bewegungsverlauf aus ?

b) Berechnen Sie die kanonischen Impulse und leiten Sie die Hamilton-Funktion ab.

Verwenden Sie das Ergebnis (von a), um ein sphärisches Pendel zu beschreiben, das auf der geographischen Breite α aufgestellt ist.

c) Untersuchen Sie kleine Schwingungen des Pendels bei speziellen Anfangsbedingungen, wo die Vektoren des Ortes und der Geschwindigkeit am Anfang in einer vertikalen Ebene liegen. Zeigen Sie, wie die Erdrotation die Pendelbewegung beeinflusst.

10 Punkte