R. Kirschner,
ITP, Univ. Leipzig

Theoretische Mechanik

Übungen 5-1

1. *Abgabe am Dienstag, 19.01.2015, 11.00 Uhr*

Betrachten Sie den anharmonischen Oszillator mit der Hamilton-Funktion

$$\mathcal{H}(p,q) = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} q^2 + \beta q^4$$

bei kleinen β. Zeigen Sie, dass mit einer kanonischen Transformation deren erzeugende Funktion die Form

$$F_2(q,P) = qP + aq^3 P + bqP^3$$

hat, die Hamilton-Funktion in den neuen Variablen P, Q bis auf Terme mit höheren Potenzen von β in die Birkhoffsche Normalform

$$\mathcal{H}(P,Q) = \frac{P^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} Q^2 + \lambda \left(\frac{P^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} Q^2 \right)^2$$

gebracht werden kann.

2. *ohne Abgabe*

Lösen Sie die Hamiltonschen Gleichungen mit

$$\mathcal{H}(P,Q) = \frac{P^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} Q^2 + \lambda \left(\frac{P^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} Q^2 \right)^2$$

Lösen Sie mit dem Ergebnis die Bewegungsgleichung des anharmonischen Oszillators von Aufgabe 1 näherungsweise.
Hinweis: Nutzen Sie die bekannte Lösung für den harmonischen Oszilator und die Energieerhaltung.