Prof. Dr. Wolfhard Janke SS 2010

TP4 – Statistische Physik I
12. Übungsblatt

Abgabetermin: Montag, 5. Juli 2010

34. **Zustandssummen freier Teilchen und eines harmonischen Oszillators**

In d Dimensionen ist die Zustandssumme von N klassischen Teilchen allgemein gegeben durch

$$Z = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{dN} N!} \int \mathrm{d}p^{dN} \mathrm{d}x^{dN} \exp[-\beta E(x,p)],$$

wobei $\beta \equiv 1/k_B T$.

a) Man berechne die Zustandssumme und daraus sowohl die freie Energie F als auch die Entropie S eines idealen Gases von N Teilchen, welches sich in einem d-dimensionalen Volumen V befindet.

b) Man berechne die Zustandssumme und daraus sowohl die freie Energie F als auch die Entropie S eines klassischen eindimensionalen harmonischen Oszillators mit Energie $H = p^2/2m + m\omega^2 x^2/2$.

35. **Starrer Rotator im Wärmebad**

Gegeben seien zwei punktförmige klassische Teilchen der Masse m, die starr miteinander verbunden sind (Abstand $2r$) und deren Schwerpunkt fixiert ist. Die Verbindung sei masselos. Das System kann beliebige Drehbewegungen ausführen. Es befinde sich in einem Wärmebad der Temperatur T.

a) Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion für den Drehimpuls L und die Zustandssumme? Daraus berechne man die innere Energie $\langle E \rangle$ sowie die mittlere Winkelgeschwindigkeit $\sqrt{\langle \omega^2 \rangle}$.

Wie groß ist die mittlere Rotationsfrequenz $\nu = \omega/2\pi$ für ein makroskopisches System ($r = 1\,\mathrm{cm}$, $m = 1\,\mathrm{g}$, $T = 300\,\mathrm{K}$)?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Rotationsfrequenz kleiner als die mittlere Rotationsfrequenz?

36. **Transfermatrixmethode**

Die Hamiltonfunktion des eindimensionalen *q-Zustand Potts-Modells* für N wechselwirkende Spins ist gegeben durch

$$H = -J \sum_{i=1}^{N} \delta_{s_i, s_{i+1}} \, , \qquad s_i = 1, 2, \ldots, q \, ,$$

wobei $\delta_{i,j}$ das Kronecker-Delta-Symbol bezeichnet und periodische Randbedingungen ($s_{N+1} \equiv s_1$) angenommen werden sollen. Für den Spezialfall $q = 2$ berechne man die kanonische Zustandssumme und bestimme daraus die freie Energie pro Teilchen im thermodynamischen Limes $N \to \infty$. Leiten Sie daraus die innere Energie und spezifische Wärme pro Teilchen ab, und skizzieren Sie die Ergebnisse jeweils graphisch.

Was ändert sich, wenn $q = 3$ angenommen wird bzw. im allgemeinen Fall beliebiger Werte von q? Welche qualitative Struktur nimmt in diesen Fällen die Zustandssumme bzw. die freie Energie pro Teilchen an?