

TP4 – Statistische Physik I

12. Übungsblatt

Abgabetermin: Montag, 5. Juli 2010

34. Zustandssummen freier Teilchen und eines harmonischen Oszillators

In d Dimensionen ist die Zustandssumme von N klassischen Teilchen allgemein gegeben durch

$$Z = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{dN} N!} \int dp^{dN} dx^{dN} \exp[-\beta E(x, p)],$$

wobei $\beta \equiv 1/k_B T$.

- a) Man berechne die Zustandssumme und daraus sowohl die freie Energie F als auch die Entropie S eines idealen Gases von N Teilchen, welches sich in einem d -dimensionalen Volumen V befindet.
- b) Man berechne die Zustandssumme und daraus sowohl die freie Energie F als auch die Entropie S eines klassischen eindimensionalen harmonischen Oszillators mit Energie $H = p^2/2m + m\omega^2 x^2/2$.

35. Starrer Rotator im Wärmebad

Gegeben seien zwei punktförmige klassische Teilchen der Masse m , die starr miteinander verbunden sind (Abstand $2r$) und deren Schwerpunkt fixiert ist. Die Verbindung sei masselos. Das System kann beliebige Drehbewegungen ausführen. Es befinde sich in einem Wärmebad der Temperatur T .

- a) Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion für den Drehimpuls L und die Zustandssumme? Daraus berechne man die innere Energie $\langle E \rangle$ sowie die mittlere Winkelgeschwindigkeit $\sqrt{\langle \omega^2 \rangle}$.

Wie groß ist die mittlere Rotationsfrequenz $\nu = \omega/2\pi$ für ein makroskopisches System ($r = 1$ cm, $m = 1$ g, $T = 300$ K)?

- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Rotationsfrequenz kleiner als die mittlere Rotationsfrequenz?

36. Transfermatrixmethode

Die Hamiltonfunktion des eindimensionalen q -Zustand Potts-Modells für N wechselwirkende Spins ist gegeben durch

$$H = -J \sum_{i=1}^N \delta_{s_i, s_{i+1}}, \quad s_i = 1, 2, \dots, q,$$

wobei $\delta_{i,j}$ das Kronecker-Delta-Symbol bezeichnet und periodische Randbedingungen ($s_{N+1} \equiv s_1$) angenommen werden sollen. Für den Spezialfall $q = 2$ berechne man die kanonische Zustandssumme und bestimme daraus die freie Energie pro Teilchen im thermodynamischen Limes $N \rightarrow \infty$. Leiten Sie daraus die innere Energie und spezifische Wärme pro Teilchen ab, und skizzieren Sie die Ergebnisse jeweils graphisch.

Was ändert sich, wenn $q = 3$ angenommen wird bzw. im allgemeinen Fall beliebiger Werte von q ? Welche qualitative Struktur nimmt in diesen Fällen die Zustandssumme bzw. die freie Energie pro Teilchen an?