Dr. T.-P. Hack

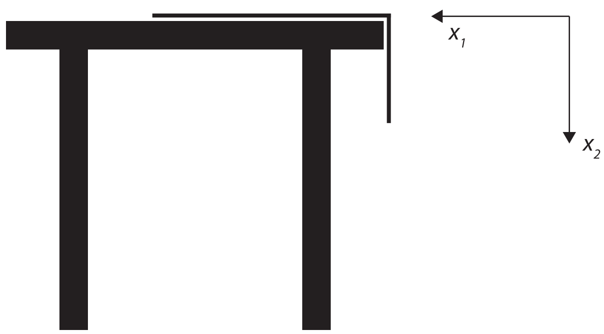
UNIVERSITÄT LEIPZIG

Inst. f. Theoretische Physik
Wintersemester 2016/17

Übungen zu TP1 - Theoretische Mechanik (StEx Lehramt)

Aufgabenblatt 12

Aufgabe 12.1 6 Punkte



Ein Seil der Gesamtlänge l und Masse M gleitet reibungsfrei von einem Tisch unter dem Einfluss der Erdschwerkraft. Wir nehmen an, dass die Masse M des Seils sich gleichmäßig über seine Länge l verteilt, es ist also überall gleich dick. Mit m_1 und x_1 bezeichnen wir die Masse und Länge des Seilstücks auf dem Tisch, mit m_2 und x_2 bezeichnen wir die Masse und Länge des Seilstücks, das vom Tisch herabhängt. Das System lässt sich auffassen als als ein System von zwei Massenpunkten in einer Raumdimension mit Massen m_1, m_2 and den Orten x_1, x_2, wobei auf m_2 die Erdschwerkraft wirkt und eine Zwangsbedingung vorhanden ist.

a) Konstruieren Sie aus x_1 und x_2 zwei verallgemeinerte Koordinaten q_1 und q_2, so dass q_1 frei ist und $q_2 =$konst. durch die Zwangsbedingung festgelegt. *Hinweis: Das ist eine sehr kompli-zierte Formulierung für eine sehr einfache Aufgabe.*

b) Drücken Sie die Gesamte kinetische Energie $T = T_1 + T_2$ durch q_1, $\dot{q}_1$, l, M aus.

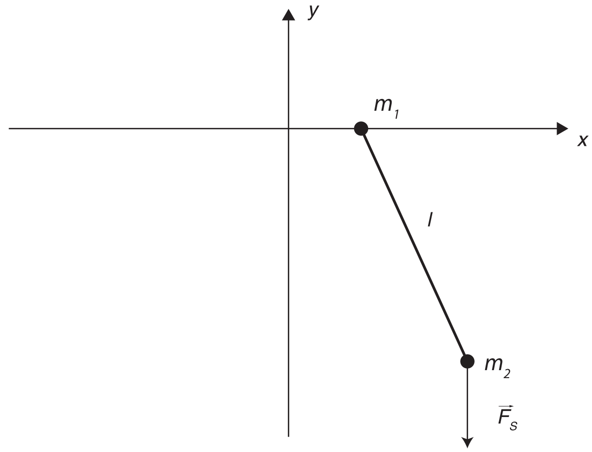
c) Drücken Sie die Gesamte potentielle Energie U durch q_1 , l, M aus. *Hinweis: Sie müssen erst die Schwerkraft durch x_2 ausdrücken, dann das passende Potential dafür bestimmen, und dann das Ergebnis in q_1 umschreiben!*

d) Berechnen Sie die Lagrange-Gleichung für q_1.

e) Verifizieren Sie, dass $q_1(t) = A\exp(Bt)$ für eine geeignete, von Ihnen zu bestimmende Konstante B die Lagrange-Gleichung löst. Legen Sie A durch $x_2(0) = x_0$ fest.

f) Die gefundene Lösung $q_1(t)$ gilt nur für $0 \leq t \leq \tau$. Bestimmen Sie τ und erklären Sie, was für $t > \tau$ passiert.

Aufgabe 12.2 6 Punkte



Wir betrachten einen Massenpunkt mit Masse m_1 der reibungsfrei entlang der x-Achse gleiten kann. An diesem Massenpunkt ist ein Pendel mit Länge l und Masse m_2 befestigt, das sich unter dem Einfluss der Erdschwerkraft bewegt. Die kartesischen Koordinaten der beiden Massenpunkte seien (x_1, y_1) und (x_2, y_2).

a) Wählen Sie vier geeignete verallgemeinerte Koordinaten und drücken Sie in diesen die Zwangsbedingungen des Systems aus.

b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion des Systems in den verallgemeinerten Koordinaten und unter Ausnutzung der Zwangsbedingungen aus.

c) Berechnen Sie die Lagrange-Gleichungen für die freien verallgemeinerten Koordinaten.

d) Zeigen Sie: im Limes $m_1/m_2 \to \infty$ ist die Bewegung des ersten Massenpunktes vernachlässigbar (wir haben also ein "normales" ebenes Pendel).

Abgabe: Bis Montag 16.1.2017, vor der Vorlesung. Sie können Lösungen alleine oder zu zweit abgeben.