

## Übungen zu TP1 - Theoretische Mechanik (StEx Lehramt)

## Aufgabenblatt 1

**Aufgabe 1.1**

6 Punkte

a) Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 19 \\ 6 \\ 81 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Skalarprodukt und den Winkel zwischen  $\vec{x}$  und  $\vec{y}$ .b) Gegeben sind die  $2 \times 2$  Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $AB$  und  $BA$  und untersuchen Sie ob  $AB = BA$  gilt.c) Gegeben ist die  $3 \times 3$  Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Verifizieren Sie, dass

$$\vec{x} \cdot (A\vec{y}) = (A^T \vec{x}) \cdot \vec{y}$$

gilt indem Sie diese Beziehung für beliebige  $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^3$  explizit nachrechnen.**Aufgabe 1.2**

6 Punkte

Wir betrachten für ein beliebiges  $\theta \in \mathbb{R}$  die zwei orthogonalen Matrizen

$$D(3, \theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad S(1, 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Zeigen Sie, dass für alle Vektoren  $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^3$  gilt

$$(D(3, \theta)\vec{x}) \cdot (D(3, \theta)\vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y}$$

b) Berechnen Sie  $D(3, \theta)\vec{x}_i$ ,  $i = 1, 2$  für die Vektoren

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

und benutzen Sie die Ergebnisse um Anhand einer Skizze und für geeignetes, fest gewähltes  $\theta$  beispielhaft darzustellen, dass die Anwendung von  $D(3, \theta)$  einer Drehung um die  $\vec{e}_3$  Achse mit Winkel  $\theta$  entspricht.

c) Berechnen Sie das Matrixprodukt  $A = D(3, \theta)S(1, 3)$  und verifizieren Sie, dass  $A$  wieder eine orthogonale Matrix ist, d.h. dass  $AA^T = A^T A = \mathbb{1}$ .

Abgabe: Bis Freitag 21.10.2016, vor der Übungsgruppe (ausnahmsweise!). Sie können Lösungen alleine oder zu zweit abgeben.