

Übungen zu TP1 - Theoretische Mechanik (StEx Lehramt)

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1.1

6 Punkte

a) Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 19 \\ 6 \\ 81 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Skalarprodukt und den Winkel zwischen \vec{x} und \vec{y} .b) Gegeben sind die 2×2 Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie AB und BA und untersuchen Sie ob $AB = BA$ gilt.c) Gegeben ist die 3×3 Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Verifizieren Sie, dass

$$\vec{x} \cdot (A\vec{y}) = (A^T \vec{x}) \cdot \vec{y}$$

gilt indem Sie diese Beziehung für beliebige $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^3$ explizit nachrechnen.**Aufgabe 1.2**

6 Punkte

Wir betrachten für ein beliebiges $\theta \in \mathbb{R}$ die zwei orthogonalen Matrizen

$$D(3, \theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad S(1, 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Zeigen Sie, dass für alle Vektoren $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^3$ gilt

$$(D(3, \theta)\vec{x}) \cdot (D(3, \theta)\vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y}$$

b) Berechnen Sie $D(3, \theta)\vec{x}_i$, $i = 1, 2$ für die Vektoren

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

und benutzen Sie die Ergebnisse um Anhand einer Skizze und für geeignetes, fest gewähltes θ beispielhaft darzustellen, dass die Anwendung von $D(3, \theta)$ einer Drehung um die \vec{e}_3 Achse mit Winkel θ entspricht.

c) Berechnen Sie das Matrixprodukt $A = D(3, \theta)S(1, 3)$ und verifizieren Sie, dass A wieder eine orthogonale Matrix ist, d.h. dass $AA^T = A^T A = \mathbb{1}$.

Abgabe: Bis Freitag 21.10.2016, vor der Übungsgruppe (ausnahmsweise!). Sie können Lösungen alleine oder zu zweit abgeben.