Theoretische Physik III
Thermodynamik und statistische Mechanik

---

8. Übungsblatt

Aufgabe 16: *Magnet* **(5 Punkte)**

Das magnetische Analogon zur Volumenarbeit $\delta W = -p\mathrm{d}V$ ist $\delta W = \mu_0 V H \mathrm{d}M$. Betrachten Sie nun ein magnetisches Material mit den thermodynamischen Variablen Temperatur T, Magnetfeld H und Magnetisierung M. Der Druck p und das Volumen V seien konstant und sind für das Folgende irrelevant.

a) Die innere Energie $U = U(T, M)$ sei bekannt, ferner eine Zustandsgleichung in der Form $M = M(T, H)$ gegeben. Formulieren Sie mit diesen Angaben die Differenz der Wärmekapazitäten, $C_H - C_M$. (1P)

b*) Bringen Sie das Ergebnis aus Teilaufgabe a) auf die folgende Form,

$$C_H - C_M = \mu_0 V T \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H^2 \left(\frac{\partial M}{\partial H}\right)_T^{-1},$$

mit Hilfe geeigneter Maxwell-Relationen. **(2 Zusatzpunkte)**

c) Benutzen Sie zur expliziten Berechnung von $C_H - C_M$ die Zustandsgleichung eines Weiß-Ferromagneten (für kleine H, $M \geq 0$),

$$H = \frac{1}{a}(T - T_\mathrm{c})M + bM^3 \,,$$

wobei a, T_c und b positive Konstanten sind. Folgern Sie aus dem Ergebnis, dass in diesem Fall $C_H / C_M > 1$ für $T \to T_\mathrm{c}^{(-)}$ gilt. (2P)

d) Leiten Sie die Exponentenbeziehung $2\beta + \gamma^{(-)} + \alpha^{(-)} = 2$ aus dem Resultat der Teilaufgabe b*) für $T \to T_\mathrm{c}^{(-)}$ her. Nehmen Sie dabei an, dass es sich um einen Weiß-Ferromagneten handelt. (2P)

Aufgabe 17: *Das Hausmeister-Rätsel* **(2 Punkte)**

Ein Mann mit n Schlüsseln möchte eine Tür öffnen, indem er die Schlüssel, von denen nur einer passt, unabhängig voneinander und zufällig ausprobiert. Berechnen Sie den Mittelwert und die Varianz der Anzahl k von Versuchen, wenn nicht passende Schlüssel bei weiteren Versuchen

a) *nicht* ausgeschlossen werden, (1P)

b) ausgeschlossen werden. (1P)

Aufgabe 18: *Maxwell-Boltzmann-Verteilung* **(4 Punkte)**

Die Geschwindigkeitsverteilung für ein freies Teilchen der Masse m ist durch die Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$p(\boldsymbol{v}) = \frac{1}{(2\pi k_B T/m)^{3/2}} \exp\left(- \frac{m|\boldsymbol{v}|^2}{2k_\mathrm{B}T} \right)$$

gegeben, wobei $\boldsymbol{v}$ der Geschwindigkeitsvektor in drei Dimensionen ist.

a) Die Energie eines freien Teilchens ist $\mathcal{E} = m|\boldsymbol{v}|^2/2$. Schreiben Sie die Geschwindigkeitsverteilung $p(\boldsymbol{v})$ in die Energieverteilung $W(\mathcal{E})$ um. Wie verhält sich die Zustandsdichte in Abhängigkeit von $\mathcal{E}$? (2P)

b) Berechnen Sie mit Hilfe der Energieverteilung $W(\mathcal{E})$ den Erwartungswert der Einteilchenenergie $\langle \mathcal{E} \rangle$ und die Varianz $\sigma_\mathcal{E}^2 = \langle \mathcal{E}^2 \rangle - \langle \mathcal{E} \rangle^2$. (2P)

gesamt: 11 + 2 Punkte

Abgabe: **Do. 04.12.**, vor der Vorlesung
Die mit * gekennzeichneten Aufgaben sind Zusatzaufgaben und gehen nicht in die reguläre Wertung ein.