Universität Leipzig
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. K. Kroy WS 2014/15

Theoretische Physik III
Thermodynamik und statistische Mechanik

---

7. Übungsblatt

Aufgabe 14: *Freie Energie des van-der-Waals-Gases* **(7 Punkte)**

a) Berechnen Sie aus den Zustandsgleichungen der Aufgabe 12 des letzten Übungsblatts die freie Energie $F_{\mathrm{vdW}}(V)$ des van-der-Waals-Gases entlang einer Isothermen bei konstanter Teilchenzahl. Skizzieren Sie den Verlauf von $p_{\mathrm{vdW}}(V)$ und $F_{\mathrm{vdW}}(V)$ für $T < T_{\mathrm{c}}$ und kennzeichnen Sie die Flüssigkeits-, Gas- und Koexistenzbereiche. (2P)

b) Im Zwei-Phasen-Koexistenzgebiet, $V_{\mathrm{fl}} \leq V \leq V_{\mathrm{gas}}$ (V_{fl} und V_{gas} bezeichnen die Volumina an der jeweiligen Phasengrenze zum Koexistenzgebiet), ist der Verlauf von $F_{\mathrm{vdW}}(V)$ nicht korrekt. Vielmehr setzt sich die freie Energie aus Anteilen beider Phasen zusammen,

$$F_{\mathrm{koex}}(V) = \frac{N_{\mathrm{fl}}(V)}{N} F_{\mathrm{vdW}}(V_{\mathrm{fl}}) + \frac{N_{\mathrm{gas}}(V)}{N} F_{\mathrm{vdW}}(V_{\mathrm{gas}})\,,$$

wobei $N_{\mathrm{fl}}(V)$ und $N_{\mathrm{gas}}(V)$ die Anzahl der Teilchen in der Flüssig- bzw. Gasphase sind und $N_{\mathrm{gas}}(V) + N_{\mathrm{fl}}(V) = N = \mathrm{const}$. Bestimmen Sie $F_{\mathrm{koex}}(V)$ für den Koexistenzbereich und zeichnen Sie diese freie Energie in die obige Skizze ein. Erläutern Sie die Bezeichnung „Hebelgesetz“ für die Ausdrücke N_{fl}/N und N_{gas}/N. (3P)

c) Zeigen Sie, dass im Koexistenzbereich

$$F_{\mathrm{vdW}}(V) - F_{\mathrm{koex}}(V) = p_{\mathrm{koex}}(V - V_{\mathrm{fl}}) - \int_{V_{\mathrm{fl}}}^{V} \mathrm{d}V'\, p(V')$$

gilt, wobei $p_{\mathrm{koex}} = \mathrm{const}$ der zugehörige Druck ist. Begründen Sie, dass daraus unmittelbar $F_{\mathrm{vdW}}(V) \geq F_{\mathrm{koex}}(V)$ folgt, weshalb das zwei-Phasen-Gebiet stabil ist. (2P)

Hinweis: Benutzen Sie, dass im Koexistenzbereich $\mu_{\mathrm{fl}}(T, p_{\mathrm{koex}}) = \mu_{\mathrm{gas}}(T, p_{\mathrm{koex}})$ für $T < T_{\mathrm{c}}$ gilt.

Aufgabe 15: *Skalenhypothese* **(2 Punkte)**

Der singuläre Anteil der verallgemeinerten freien Energie $\Phi(t,h)$ eines Magneten sei zweimal stetig nach seinen Argumenten differenzierbar und erfülle die verallgemeinerte Homogenitätsrelation

$$\lambda\Phi(t,h) = \Phi(\lambda^{\alpha_t} t, \lambda^{\alpha_h} h)\,,$$

wobei $t = (T - T_{\mathrm{c}})/T_{\mathrm{c}}$ ist und h ein externes Magnetfeld bezeichnet. Drücken Sie den kritischen Exponenten γ, der die Divergenz der Suszeptibilität für $t \to 0$ charakterisiert, durch die Exponenten α_t und α_h aus.

Hinweis: Die Magnetisierung ist gegeben durch $M = -\partial_h \Phi(t,h)$.

gesamt: 9 Punkte

Abgabe: **Do. 27.11.**, vor der Vorlesung
Die mit * gekennzeichneten Aufgaben sind Zusatzaufgaben und gehen nicht in die reguläre Wertung ein.