

## Hamiltonsches Chaos

Innerhalb der nichtlinearen Dynamik spielt die Theorie des Chaos eine große Rolle. Hamiltonsche (konservative) Systeme sind dadurch ausgezeichnet, dass das Volumen im Phasenraum vom Fluss nicht verändert wird. Die Klasse der integrablen Systeme ist dabei selten. Ist das System integrabel (d.h. existiert eine hinreichend grosse Zahl von Integralen der Bewegung), kann chaotisches Verhalten ausgeschlossen werden. Chaos kann in durch Differentialgleichungen beschriebenen Systemen erst ab einer Dimension des Phasenraums  $d \geq 3$  auftreten. Karikaturen des „Stretching and Folding“ Mechanismus sind Bernoulli-Shift, Bäcker- und Hufeisen-Abbildung, die auf einfache Weise die sensible Abhängigkeit des Langzeitverhaltens von den Anfangsbedingungen demonstrieren.

Ein nichtlineares, nichtintegrables System mit zwei Freiheitsgraden ist das Hénon-Heiles-System (1964), bestehend aus zwei gekoppelten Oszillatoren. Dabei ist die Energie der Parameter, der über das chaotische oder reguläre Verhalten entscheidet. Mit Hilfe der Poincaréabbildung kann das System in Abhängigkeit von der Gesamtenergie untersucht werden und das Verhalten der invarianten Tori, wie es das KAM Theorem vorhersagt, demonstriert werden. Auf beides soll im Vortrag eingegangen werden. Eine numerische Berechnung der Poincaréschnitte (mit Pascal, Fortran, C, oder C++) soll zeigen, ab welchen Energien die Tori in der dreidimensionalen Untermannigfaltigkeit des Phasenraumes zerstört werden. Weiterhin ist ein Ausblick in die moderne Ergodentheorie möglich.

## Literatur

- [1] J. H. Argyris, G. Faust, M. Haase, Die Erforschung der Chaos, Vieweg, Braunschweig 1994
- [2] M. Hénon, C. Heiles, The Applicability of a Hamiltonian System near an Equilibrium Point, *Astronomic Journal* **69**, 295 (1964) (Diese Originalarbeit ist zur Zeit leider nur kostenpflichtig erhältlich)
- [3] D. Herrmann, Algorithmen für Chaos und Fraktale, Addison-Wesley, Bonn 1994
- [4] H. G. Schuster, Deterministisches Chaos, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim 1994 (Die englische Version existiert in einer neueren Auflage von 2005)