

Knotenlösungen der Maxwellgleichungen

Ein elektromagnetischer Knoten ist definiert als Vakuum-Lösung der Maxwellgleichungen mit der Eigenschaft, daß alle elektrischen und magnetischen Feldlinien geschlossen sind. Formal ergeben sich solche Lösungen aus einem beliebigen Paar von Abbildungen $\phi, \theta : S^3 \mapsto S^2$ mit orthogonalen Niveauflächen (Tangentialvektoren), die als elektrische und magnetische Felder identifiziert werden.

Aus der Konstruktion folgt sofort, daß die linking numbers jedes Paares der magnetischen und elektrischen Feldlinien ganzzahlige Bewegungskonstanten gleich den Hopf-Indizes der Abbildungen sowie der Helizität der Feldlinien sind. Somit lassen sich die beschriebenen Felder in Homotopieklassen unterteilen. Theoretisch tiefgründige Bedeutung erlangt diese Betrachtung durch die Tatsache, daß diese Lösungen lokal äquivalent zu den Vakuum-Strahlungslösungen der Maxwellgleichungen sind. Dies macht Hoffnung, die Theorie des Elektromagnetismus vollständig durch ein topologisches Modell beschreiben zu können.

Ziel des Vortrages soll es sein, die topologische Herangehensweise vorzustellen, vielleicht für ein konkretes Beispiel, also ein bestimmtes Paar von Abbildungen, die elektromagnetischen Felder abzuleiten und zur besseren Anschaulichkeit zu visualisieren. Weitere inhaltliche Schwerpunkte könnten Eigenschaften solcher Lösungen, vielleicht sogar der Beweis der lokalen Äquivalenz zu allen Vakuumlösungen, aber auch die Anwendung auf das Phänomen des Kugelblitzes sein.

Dieses Thema wird den Vortragenden stark fordern, ihn aber für seine Mühen mit einem neuen Blick auf die Physik belohnen, indem es ihn mit dem Werkzeug der Topologie vertraut macht.

Literatur

- [1] Antonio F. Rañada, Topological elektromagnetism, J. Phys. A **25**, 1621-1641 (1992)
- [2] Antonio F. Rañada, José L. Trueba, Electromagnetic knots, Phys. Lett. A **202**, 337-342 (1995)
- [3] Antonio F. Rañada, José L. Trueba, Ball lightning an electromagnetic knot?, Nature **383**, 32 (1996)
- [4] Antonio F. Rañada, Mario Soler, José L. Trueba, Ball lightning as a force-free magnetic knot, Phys. Rev. E **62**, 7181-7190 (2000)
- [5] Antonio F. Rañada, José L. Trueba, Two properties of the electromagnetic knots, Phys. Lett. A **232**, 25-30 (1997)
- [6] Antonio F. Rañada, Hidden nonlinearity in a topological model of electromagnetism, Annales de la Fondation Louis de Broglie **26**, 367-380 (2001)
- [7] Gerd Rudolph, Vorlesungen zur mathematischen Physik, Teil 1: Mannigfaltigkeiten, Tensorfelder und Hamiltonsche Systeme, ITP Universität Leipzig